

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název vzdělávacího materiálu:	Měření fyzikálních veličin, zpracování výsledků měření
Číslo vzdělávacího materiálu:	VY_32_INOVACE_F-CH.1.01
Autor vzdělávacího materiálu:	Mgr. Jitka Krýslová
Období, ve kterém byl vzdělávací materiál vytvořen:	1. pololetí školního roku 2012/2013
Vzdělávací oblast:	Člověk a příroda
Vzdělávací obor:	Fyzika
Vzdělávací předmět:	Cvičení z fyziky
Tematická oblast:	Laboratorní práce z fyziky
Ročník, pro který je vzdělávací materiál určen:	3. ročník gymnázia (vyšší stupeň)



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Anotace:

Prezentace slouží k výkladu chyb měření fyzikálních veličin, ukazuje způsob zpracování laboratorní práce a umožňuje procvičení na příkladech.

Citace použitých zdrojů:

Vlastní zdroje

Vzdělávací materiál vytvořen v rámci projektu  
**Sportovní gymnázium - škola 21. století**

# Měření fyzikálních veličin

a jeho základnosti....

- Cílem měření je určení **hodnoty** měřené veličiny
- **Metoda měření** – pracovní postup
  - přímá metoda – hodnotu zjistíme přímo odečtením na stupnici přístroje
  - nepřímá metoda – stanovíme hodnotu výpočtem z hodnot jiných měřených veličin

## 3 etapy měření

1. Příprava měření
  - zvolíme metodu měření
  - vybereme potřebná měřidla
  - naplánujeme postup měření
2. Vlastní měření
3. Zpracování výsledků

# CHYBY MĚŘENÍ

- **Hrubé chyby** – nepozornost, únava, omyl...
- **Systematické chyby** – nedokonalost použité metody, chyby měřícího přístroje,...  
vyskytují se pravidelně, mohou mít původ i v pozorovateli
- **Náhodné chyby** – projevují se tím, že výsledky opakovaných měření téže veličiny se od se liší, nelze je odstranit, ale můžeme z výsledků opakovaného měření určit nejpravděpodobnější hodnotu

# Bezprostřední měření fyzikální veličiny

- Vykonáme  $n$  měření veličiny, naměřené hodnoty označíme  $x_1, x_2, \dots, x_n$
- Nejpravděpodobnější hodnota je aritmetický průměr

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

- Přesnost měření určíme pomocí **odchylek**

- Absolutní odchylka

$$\Delta x_1 = \bar{x} - x_1$$

$$\Delta x_2 = \bar{x} - x_2$$

•

•

$$\Delta x_n = \bar{x} - x_n$$



- Průměrná odchylka

$$\Delta x = \frac{|\bar{x} - x_1| + |\bar{x} - x_2| + \dots + |\bar{x} - x_n|}{n}$$

- Zaokrouhlíme na jednu platnou číslici
- Výsledek uvádíme ve tvaru

$$x = \Delta \bar{x} \pm \Delta x$$

- Pro posouzení přesnosti má větší význam **relativní odchylka  $\delta x$**

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100 \%$$

Měření považujeme za přesné, je-li relativní odchylka menší než 1%

# Příklad 1

Číslo měření $i$	$a_i$	
1	46,5	
2	46,2	
3	46,4	
4	46,4	
5	46,1	
6	46,3	
7	46,4	
8	46,2	
9	46,7	
10	46,3	
Součet abs. hodnot		
Aritmetický průměr		

- $\Delta a$  jsme zaokrouhlili na jedno desetinné místo

$$\Delta a = (46,4 \pm 0,2) \text{ mm}$$

- $$\delta a = \frac{0,2}{46,6} \cdot 100 \%$$

Příklad:

- Předpokládejme, že jsme určili měřením dvě různé hodnoty délek takto:

$$a = (10,0 \pm 0,1)m$$

$$b = (1,0 \pm 0,1)m$$

Která hodnota vyjadřuje přesnější výsledek měření?

Na závěr zopakujme postup pro zpracování hodnot:

1. Naměřené hodnoty  $a_i$  zapíšeme do připravené tabulky.
2. Vypočítáme aritmetický průměr
3. Určíme odchylky jednotlivých měření.
4. Vypočteme průměrnou odchylku  $\Delta a$
5. Zaokrouhlíme ji na jednu platnou číslici.
6. Aritmetický průměr naměřených hodnot zaokrouhlíme na stejný počet desetinných míst jako má průměrná odchylka.
7. Určíme relativní odchylku a vyjádříme ji v procentech
8. Výsledek měření zapíšeme ve tvaru

$$a = \bar{a} \pm \Delta a$$

$$\delta a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\%$$

# Výpočet fyzikální veličiny pomocí naměřených veličin

Chceme určit obsah obdélníku a víme:

$$a = (46,4 \pm 0,2)mm \quad \delta a = 0,43\%$$

$$b = (72,1 \pm 0,3)mm \quad \delta b = 0,42\%$$

$$\bar{P} = \bar{a} \cdot \bar{b} = 46,4mm \cdot 72,1mm = 3345mm^2$$

- tuto hodnotu musíme zaokrouhlit podle hodnoty průměrné odchylky  $\Delta P$ , kterou teprve určíme.

- Relativní odchylku  $\delta P$  určíme jako součet relativních odchylek změřených veličin:

$$\delta P = \delta a + \delta b = 0,43\% + 0,42\% = 0,85\%$$

- Ze vztahu pro relativní odchylku  $\delta P = \Delta P / \bar{P}$  určíme  $\Delta P$ , kterou zaokrouhlíme na jednu platnou číslici :

$$\Delta P = \frac{1}{100} \delta P \cdot \bar{P} = \frac{1}{100} \cdot 0,85 \cdot 3345 = 30 \text{ mm}^2$$

- Po zaokrouhlení střední hodnoty podle průměrné odchylky je konečný výsledek

$$P = (3350 \pm 30) \text{ mm}^2 ,$$

$$\delta P = 0,85\%$$



# Stanovení průměrné a relativní odchylky

Početní operace	Střední hodnota	Průměrná odchylka
a+b	$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$	$\Delta c = \Delta a + \Delta b$
a-b	$\bar{c} = \bar{a} - \bar{b}$	$\Delta c = \Delta a - \Delta b$
Početní operace	Střední hodnota	Relativní odchylka
a.b	$\bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	$\Delta c = \delta a + \delta b$
a/b	$\bar{c} = \bar{a} / \bar{b}$	$\delta c = \delta a + \delta b$
a <sup>2</sup>	$\bar{c} = \bar{a}^2$	$\Delta c = 2\delta a$

- Vypočítejte hodnotu veličiny  $c=2a-b$ , kde

$$a = (15,2 \pm 0,3)m \dots \delta a = 2,0\%$$

$$b = (4,10 \pm 0,05)m \dots \delta b = 1,2\%$$

- Střední hodnota:  $\bar{c} = 2\bar{a} - \bar{b} = 2 \cdot 15,2m - 4,10m = 26,3m$

$$\Delta c = 2\Delta a + \Delta b = 2 \cdot 0,3m + 0,05m = 0,65m$$

- Po zaokrouhlení na jednu platnou číslici  $\Delta c = 0,7m$
  - Relativní odchylka je
- $$\delta c = 0,65m / 26,3m \cdot 100\% = 2,5\%$$
- Celkový výsledek:

$$c = (26,3 \pm 0,7)m, \delta c = 2,5\%$$