

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název vzdělávacího materiálu:	Pojem posloupnosti
Číslo vzdělávacího materiálu:	VY_32_INOVACE_M1.2.01
Autor vzdělávacího materiálu:	PaedDr. Hana Kůstová
Období, ve kterém byl vzdělávací materiál vytvořen:	1. pololetí školního roku 2013/2014
Vzdělávací oblast:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací obor:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací předmět:	Matematika
Tematická oblast:	Posloupnosti
Ročník, pro který je vzdělávací materiál určen:	4. ročník, vyšší stupeň gymnázia

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Anotace:

Prezentace slouží k výkladu definice posloupnosti a určení posloupnosti. Jsou zde uvedeny různé typy posloupností. Prezentaci lze použít i při procvičování tohoto tématu a při úvodu do finanční matematiky.

Citace použitých zdrojů:

Vlastní zdroje.
Učebnice: Doc. RNDr. Oldřich Odvárko, DrSc.
Matematika pro gymnázia, Posloupnosti a řady, Praha: nakladatelství Prometheus, spol. s r. o., dotisk
2. vydání, 2005. ISBN 80-7196-195-7

Vzdělávací materiál vytvořen v rámci projektu
Sportovní gymnázium - škola 21. století

Posloupnosti

Pojem posloupnosti

Nekonečná a konečná posloupnost

- **Posloupnost je funkce**, jejíž definiční obor je částí množiny přirozených čísel.
- Je-li definičním oborem množina všech přirozených čísel jde o **nekonečnou posloupnost**.
- Je-li definičním oborem množina všech přirozených čísel, která jsou menší nebo rovna jistému pevně stanovenému číslu, mluvíme o **konečné posloupnosti**.
- Pozn.: Jednotlivé hodnoty funkce nazýváme členy posloupnosti.

Pojem posloupnosti

- Posloupnost značíme obvykle (podobně jako uspořádanou n-tici) : $(a_n)_{n=1}^{\infty}$
nebo (pokud nemůže dojít k záměně s jiným značením) pouze: \mathbf{a}_n

Čteme: „posloupnost a_n pro n (jdoucí) od jedné do nekonečna“.

Určení posloupnosti:

Výčtem prvků (tak můžeme určit každou konečnou posloupnost):

a) členy posloupnosti můžeme vyjmenovat

např.: $a_1=2$, $a_2=4$, $a_3=8$.

b) členy posloupnosti můžeme zapsat do tabulky

c) členy posloupnosti můžeme zapsat jako množinu uspořádaných dvojic

Určení posloupnosti – pokračování:

Graficky – body v pravoúhlé soustavě souřadnic
Oxy

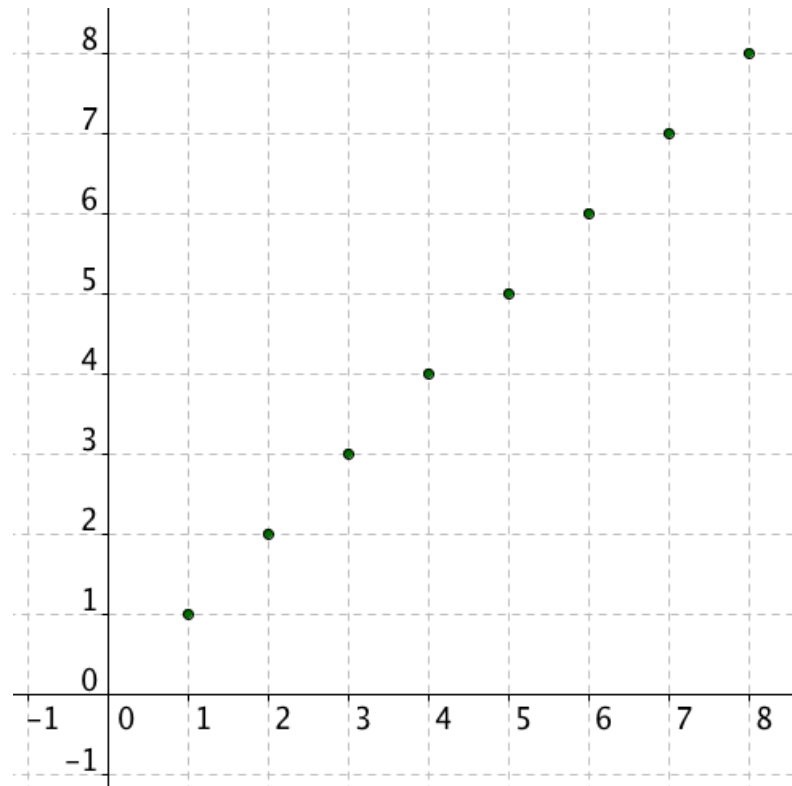
Vzorcem – předpisem pro n-tý člen posloupnosti

- Pozn. Samostatně se budeme zabývat rekurentním určením posloupnosti.
- Pozn. U funkcí používáme: např. hodnota funkce v bodě 2 je rovna 4, pro posloupnosti používáme: např. člen a_2 je roven 4.

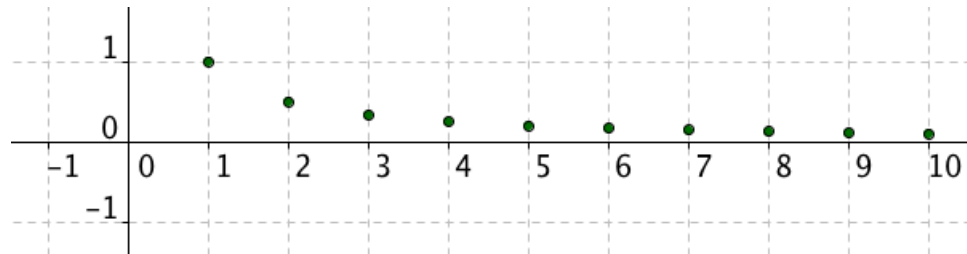
Graf posloupnosti

Posloupnosti mají odlišné grafy od běžných reálných funkcí. Protože mají jako definiční obor přirozená čísla, jejich graf je tvořen izolovanými body.

Graf posloupnosti $a_n = n$:



Graf posloupnosti $a_n = 1/n$



Příklady konečných posloupností – určených výčtem prvků a vzorcem pro n-tý člen:

- a) 1,2,3,4,5,6,7,8 $(n)_{n=1}^8$
- b) 1,4,9,16,25 $(n^2)_{n=1}^5$
- c) 5,5,5,5,5 $(5)_{n=1}^5$

Úkol:

- Napište prvních pět členů posloupnosti dané vzorcem pro n-tý člen:
- $(3n)_{n=1}^{\infty}$

Řešení:

$$(3n) \sum_{n=1}^{\infty}$$

- 3, 6, 9, 12, 15 (tj. prvních pět členů posloupnosti)
- Postup řešení: n=1: 3.1=3
- n=2: 3.2=6
- n=3: 3.3=9
- n=4: 4.3=12
- n=5: 5.3=15

Úkol:

- Určete prvních pět členů nekonečné posloupnosti, je-li dáno:
- a) $a_n = 3^n$
- b) $a_n = 3$

Řešení:

- a) $a_n = 3^n$
- Prvních pět členů: 3, 9, 27, 81, 243.
- Postup řešení: $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$
- b) $a_n = 3$
- Prvních pět členů: 3, 3, 3, 3, 3.

Cvičení:

- 1. Je dána konečná posloupnost bezprostředně po sobě následujících prvočísel menších než 20. **Určete první a pátý člen této posloupnosti.**
- 2. Jaké číslo chybí v následující posloupnosti:
1 3 7 ? 31 63

Řešení a nápověda 😊

- 1. příklad

prvočísla: **1,2,3,5,7,11,13,17,19** (menší než dvacet), **první člen** posloupnosti je číslo **1**, **pátý člen** posloupnosti je číslo **7**

- 2. příklad

1 3 7 **15** 31 63

Jak na to: $3 = 2 \cdot 1 + 1$, $7 = 2 \cdot 3 + 1$, $15 = 2 \cdot 7 + 1$,
 $31 = 2 \cdot 15 + 1$, $63 = 2 \cdot 31 + 1$

Zajímavost

- **Fibonacciho posloupnost**
- Jako Fibonacciho posloupnost je v matematice označována nekonečná posloupnost přirozených čísel, začínající 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... (čísla nacházející se ve Fibonacciho posloupnosti jsou někdy nazývána Fibonacciho čísla), kde každé číslo je součtem dvou předchozích.