

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název vzdělávacího materiálu:	Rekurentní určení posloupnosti
Číslo vzdělávacího materiálu:	VY_32_INOVACE_M1.2.02
Autor vzdělávacího materiálu:	PaedDr. Hana Kůstová
Období, ve kterém byl vzdělávací materiál vytvořen:	1. pololetí školního roku 2013/2014
Vzdělávací oblast:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací obor:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací předmět:	Matematika
Tematická oblast:	Posloupnosti
Ročník, pro který je vzdělávací materiál určen:	4. ročník, vyšší stupeň gymnázia

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Anotace:	Prezentace slouží k výkladu rekurentního určení posloupnosti. Jsou zde uvedeny různé typy takto zadaných posloupností. Prezentaci lze použít při procvičování tohoto tématu a při úvodu do finanční matematiky.
Citace použitých zdrojů:	Vlastní zdroje. Učebnice: Doc.RNDr. Oldřich Odvárko, DrSc. Matematika pro gymnázia, Posloupnosti a řady, Praha: nakladatelství Prometheus, spol.s.r.o., dotisk 2.vydání, 2005. ISBN 80-7196-195-7

# Rekurentní určení posloupnosti

Úkol: Vypočítejte druhý a třetí člen posloupnosti, která je dána takto:

$$a_1 = 4$$

$$a_{n+1} = -2a_n \quad \text{pro každé } n \in \mathbb{N}$$

Vidíme, že v posloupnosti je dán první člen a je dán vzorec, pomocí něhož můžeme pro každé  $n \in \mathbb{N}$  vypočítat následující členy:

# Řešení:

$$a_1 = 4$$

$$a_{n+1} = -2a_n \quad \text{pro každé } n \in \mathbb{N}:$$

Výpočet druhého a třetího členu:

$$a_2 = -2a_1 = -8$$

$$a_3 = -2a_2 = 16$$

Takto je zadaná posloupnost rekurentně.

Příklad: Vypočítejte pátý člen posloupnosti, která je dána takto:

$$b_1 = 1, b_2 = -1$$

$$b_{n+2} = 2b_{n+1} - 3b_n \text{ pro každé } n \in \mathbb{N}$$

V posloupnosti jsou dány první dva členy a vzorec podle kterého vypočítáme členy další:

Výpočet:

$$b_3 = 2b_2 - 3b_1 = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 = -5$$

$$b_4 = 2b_3 - 3b_2 = 2 \cdot (-5) - 3 \cdot (-1) = -7$$

$$b_5 = 2b_4 - 3b_3 = 2 \cdot (-7) - 3 \cdot (-5) = 1$$

Tato posloupnost je určena rekurentně.

# Poznámka:

- Původ slova ***rekurentně*** – z latinského ***recurrere***, což znamená ***vracet se, jít zpět***

- Rekurentní určení posloupnosti nám umožňuje vypočítat následující člen, pokud známe ten současný.

Tzn.: pokud známe prvek  $a_n$ , umožňuje nám spočítat prvek  $a_{n+1}$ .



- Pokud chceme zadat posloupnost rekurentně, musíme udat dvě informace: jaký prvek je první a předpis pro vypočítání  $(n + 1)$  prvku. Pokud bychom chtěli např. posloupnost sudých přirozených čísel zadat rekurentně, mohli bychom to udělat takto:

$$a_1 = 2; a_{n+1} = a_n + 2$$

**Úloha:** určete první člen posloupnosti, pro kterou platí:

$$a_4 = 7, \quad a_{n+1} = a_n - 3$$

• Řešení:

$$a_4 = 7$$

$$a_{n+1} = a_n - 3$$

$$a_1 = ?$$

-----

$$a_4 = a_3 - 3$$

$$7 = a_3 - 3 \dots\dots\dots a_3 = 10$$

-----

Úloha: určete první člen posloupnosti, pro kterou platí:

$$a_4 = 7, \quad a_{n+1} = a_n - 3$$

Pokračování řešení:

$$a_3 = a_2 - 3$$

$$10 = a_2 - 3 \dots\dots\dots a_2 = 13$$

-----

$$a_2 = a_1 - 3$$

$$13 = a_1 - 3 \dots\dots\dots a_1 = 16$$

$$\underline{\underline{a_1 = 16}}$$

Zajímavost:

- Posloupnost tedy může být také zadána rekurentně, kdy jsou členy posloupnosti určeny prostřednictvím předcházejících členů. Rekurentním zadáním lze snadno definovat např. i Fibonacciho posloupnost:

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

- Její členy jsou 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...