

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název vzdělávacího materiálu:	Vlastnosti posloupností
Číslo vzdělávacího materiálu:	VY_32_INOVACE_M1.2.03
Autor vzdělávacího materiálu:	PaedDr. Hana Kůstová
Období, ve kterém byl vzdělávací materiál vytvořen:	1. pololetí školního roku 2013/2014
Vzdělávací oblast:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací obor:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací předmět:	Matematika
Tematická oblast:	Posloupnosti
Ročník, pro který je vzdělávací materiál určen:	4. ročník, vyšší stupeň gymnázia

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Anotace:

Prezentace slouží k výkladu vlastností posloupností, které jsou prezentovány na příkladech. Prezentaci lze použít při procvičování tohoto tématu a při úvodu do finanční matematiky.

Citace použitých zdrojů:

Vlastní zdroje.  
Učebnice: Doc. RNDr. Oldřich Odvárko, DrSc.  
Matematika pro gymnázia, Posloupnosti a řady, Praha: nakladatelství Prometheus, spol. s r.o., dotisk  
2. vydání, 2005. ISBN 80-7196-195-7

Vzdělávací materiál vytvořen v rámci projektu  
**Sportovní gymnázium - škola 21. století**

# Vlastnosti posloupností

# Vlastnosti posloupností

- **Posloupnost je**

- *neklesající*, pokud pro všechna  $i$  platí ,  $a_i \geq a_{i-1}$

- *nerostoucí*, pokud pro všechna  $i$  platí ,  $a_i \leq a_{i-1}$

- *rostoucí*, pokud pro všechna  $i$  platí ,  $a_i > a_{i-1}$

- *klesající*, pokud pro všechna  $i$  platí ,  $a_i < a_{i-1}$

- Je-li posloupnost nerostoucí nebo neklesající, říkáme, že je *monotónní*, pokud je rostoucí nebo klesající, je *ryze monotónní*.

- Je-li posloupnost zároveň zdola i shora omezená, říkáme, že je *omezená*.

- Viz.: Wikipedie

Příklad:  
Dokažte:

• a) posloupnost  $\left(\frac{n+1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$  je klesající

• b) posloupnost  $\left(\frac{2n+1}{n+2}\right)_{n=1}^{\infty}$  je rostoucí

• Náповěda: jako vzor můžete využít řešený příklad v učebnici na straně 18.

Cvičení:

zjistěte, která z daných posloupností je rostoucí a která klesající:

a)  $\left(n \cdot (n - 1)\right)_{n=1}^{\infty}$

b)  $\left(\frac{1}{n + 1}\right)_{n=1}^{\infty}$

c)  $\left(-3^n\right)_{n=1}^{\infty}$

## Řešení - cvičení:

(zjistěte, která z daných posloupností je rostoucí a která klesající)

$$\left(n \cdot (n - 1)\right)_{n=1}^{\infty}$$

Posloupnost je rostoucí

$$\left(\frac{1}{n + 1}\right)_{n=1}^{\infty}$$

Posloupnost je klesající

$$\left(-3^n\right)_{n=1}^{\infty}$$

Posloupnost není ani rostoucí ani klesající

Úkol:

Zobrazte v rovině prvních šest členů posloupnosti:

a) 
$$\left( \frac{n^2}{2} - 6 \right)_{n=1}^{\infty}$$

b) 
$$\left( \frac{2n + 3}{n} \right)_{n=1}^{\infty}$$

Dále rozhodněte, které z posloupností jsou rostoucí, klesající, shora omezené, zdola omezené. Zdůvodněte.



## Výsledek úkolu:

$$\left( \frac{n^2}{2} - 6 \right)_{n=1}^{\infty}$$

Posloupnost je rostoucí, zdola omezená, shora není omezená.

$$\left( \frac{2n + 3}{n} \right)_{n=1}^{\infty}$$

Posloupnost je klesající, je shora i zdola omezená.

Úkol:

Ukažte, zda daná posloupnost je omezená shora nebo zdola:

a)  $\left(2 + \frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$

b)  $\left(2 - \frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$

## Úkol - řešení:

(Ukažte, zda daná posloupnost je omezená shora nebo zdola):

a) 
$$\left( 2 + \frac{1}{n} \right)_{n=1}^{\infty}$$

Členy posloupnosti: 3, 2 ½, 2 1/3, 2 ¼, .....

Posloupnost je omezená shora

b) 
$$\left( 2 - \frac{1}{n} \right)_{n=1}^{\infty}$$

Členy posloupnosti: 1, 1 ½, 1 2/3, 2 3/4, .....

Posloupnost je omezená zdola