



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název vzdělávacího materiálu:	Součet geometrické posloupnosti
Číslo vzdělávacího materiálu:	VY_32_INOVACE_M1.2.08
Autor vzdělávacího materiálu:	PaedDr. Hana Kůstová
Období, ve kterém byl vzdělávací materiál vytvořen:	1. pololetí školního roku 2013/2014
Vzdělávací oblast:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací obor:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací předmět:	Matematika
Tematická oblast:	Posloupnosti
Ročník, pro který je vzdělávací materiál určen:	4. ročník, vyšší stupeň gymnázia

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Anotace:	Prezentace slouží k výkladu vzorce pro součet geometrické posloupnosti. Jsou zde uvedeny různé typy geometrických posloupností a jejich součty. Prezentaci lze použít při procvičování tohoto tématu a při úvodu do finanční matematiky.
Citace použitých zdrojů:	Vlastní zdroje. Učebnice: Doc. RNDr. Oldřich Odvárko, DrSc. Matematika pro gymnázia, Posloupnosti a řady, Praha: nakladatelství Prometheus, spol. s r.o., dotisk 2. vydání, 2005. ISBN 80-7196-195-7

Součet geometrické posloupnosti

Součet geometrické posloupnosti

Pro součet s_n prvních n členů geometrické posloupnosti s kvocientem q platí:

a) je-li $q = 1$, pak

$$S_n = na_1$$

b) je-li q různé od 1, pak

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Součet geometrické posloupnosti

Příklad:

- Kolik prvních členů geometrické posloupnosti určené prvním členem a kvocientem musíme sečíst, abychom dostali součet 511?

- Zadáno:

$$a_1 = 1, q = 2$$

$$s_n = 511$$

$$n = ?$$

Součet geometrické posloupnosti

Příklad – řešení: dosadíme do vzorce pro součet

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$511 = 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1}$$

$$511 = 2^n - 1$$

$$512 = 2^n$$

$$n = 9$$

Cvičení: vypočítejte součet prvních 4 členů
geometrické posloupnosti, jejíž první člen se
rovná 2 a kvocient 3:

$$a_1 = 2$$

$$q = 3$$

$$\underline{s_4 = ?}$$

Dosazení: $s_4 = 2 \cdot \frac{3^4 - 1}{3 - 1}$

$$s_4 = 2 \cdot \frac{81 - 1}{2} = 80$$

Cvičení: vypočítejte poslední člen a součet osmičlenné geometrické posloupnosti, jejíž první člen se rovná 4 a kvocient 3:

- $a_n = ?$
- $n = 8$
- $a_1 = 4$
- $q = 3$
- -----
- $a_n = a_8 = 4 \cdot 3^7 = 4 \cdot 2\,187 = \mathbf{8\,748}$
- $S_8 = \mathbf{13\,120}$

Cvičení: V dané geometrické posloupnosti s kvocientem 5 je první člen 2, poslední člen 1 250.

Vypočítejte, kolik členů má daná posloupnost a jaký je její součet.

$$q = 5$$

$$a_1 = 2$$

$$a_n = 1\ 250$$

$$n = ?$$

$$S_n = ?$$

Řešení: $n = 5$, $s_5 = 1\ 562$.

Cvičení: V geometrické posloupnosti je třetí člen 18 a šestý 486. Vypočítejte, kolik členů má tato posloupnost, je-li její poslední člen 1 458.

Zadání $a_3 = 18, a_6 = 486, a_n = 1\,458$

$n = ?$

Řešení: Posloupnost má 7 členů.

Cvičení: V geometrické posloupnosti je pátý člen 16,
osmý 128.

Vypočítejte hodnotu sedmého členu a součet prvních
sedmi členů:

Zadání $a_5 = 16$, $a_8 = 128$

Řešení: $a_7 = 64$, $s_7 = 127$

Cvičení: Mezi čísla 2 a 486 vložte 4 čísla tak, aby vznikla geometrická posloupnost.

Zadání: $a_1 = 2$, $a_6 = 486$

Řešení: vložíme čísla 6, 18, 54, 162

Geometrická posloupnost má tedy členy:

2, 6, 18, 54, 162, 486.

Cvičení: Mezi čísla 1 a 16 807 vložte tolik čísel, aby součet vřazených členů a prvního čísla byl 2 801 a vřazené členy, aby tvořily s danými geometrickou posloupnost.

Vložíme čísla: 7, 49, 343, 2 401.

Součet prvního čísla a vložených čísel je 2 801.

Vznikla geometrická posloupnost čísel:

1, 7, 49, 343, 2 401, 16 807.