evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název vzdělávacího materiálu:	Užití geometrických posloupností ve finanční matematice
Číslo vzdělávacího materiálu:	VY_32_INOVACE_M1.3.14
Autor vzdělávací materiálu:	PaedDr. Hana Kůstová
Období, ve kterém byl vzdělávací materiál vytvořen:	1. pololetí školního roku 2013/2014
Vzdělávací oblast:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací obor:	Matematika a její aplikace
Vzdělávací předmět:	Matematika
Tematická oblast:	Finanční matematika
Ročník, pro který je vzdělávací materiál určen:	4. ročník, vyšší stupeň gymnázia

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Anotace:	Prezentace slouží k výkladu a procvičení základních pojmů finanční matematiky a užití geometrických posloupností ve finanční matematice. Vysvětlení a procvičení složeného úročení v praktických úlohách.
Citace použitých zdrojů:	Vlastní zdroje. Učebnice:Doc.RNDr. Oldřich Odvárko, DrSc. Úlohy z finanční matematiky pro střední školy, Praha: Nakladatelství Prometheus,spol.s.r.o.,roku 2005.1.vydání. ISBN 80-7196-303-8

Vzdělávací materiál vytvořen v rámci projektu
Sportovní gymnázium - škola 21. století

Užití geometrických posloupností ve finanční matematice

Složené úročení

Složené úročení

Při složeném úročení se úroky přičítají k počátečnímu kapitálu (k poskytnutému úvěru, k uloženému vkladu) a spolu s ním se dále úročí.

Příklad 1:

Pan Novák si uložil na termínovaný vklad na 3 roky částku 18 000 Kč s roční úrokovou mírou 4,8 %.

Jde o složené úročení, banka připisuje úroky jednou ročně,

Daň z úroku je 15 %.

<u>Kolik korun banka panu Novákovi po třech letech vyplatí?</u>

Řešení:

Počáteční kapitál … 18 000 Kč

Kapitál po 1. roce … $18\,000 + 0{,}85 \cdot 0{,}048 \cdot 18\,000 =$

$18\,000\,(1 + 0{,}85 \cdot 0{,}048)$

Kapitál po 2. roce … $18\,000\,(1 + 0{,}85 \cdot 0{,}048)^2$

Kapitál po 3. roce … $18\,000\,(1 + 0{,}85 \cdot 0{,}048)^3$

<u>Po třech letech vyplatí banka panu Novákovi 20 924 Kč.</u>

Vzorce pro kapitál K_n a pro úrok U_n po *n* letech při složeném úročení:

$$K_n = K_0(1 + ki)^n$$

$$U_n = K_0\left[(1 + ki)^n - 1\right]$$

k … zdaňovací koeficient

i … úroková míra vyjádřená desetinným číslem

n … počet let, po který se kapitál úročí (úročí se jednou ročně)

K_0 … počáteční kapitál (vklad, úvěr)

Věřitel po celou dobu žádné částky z vloženého kapitálu ani úroky nepožaduje.

Pozn.1. :

K_n ve vzorci pro kapitál po n letech je (n+1)-ním členem geometrické posloupnosti, jejíž první člen je K_0 a kvocient se rovná (1+ki).

Kapitál se při složeném úročení každým rokem zvyšuje (1+ki)krát.

Pozn.2.:

<u>Ve vzorcích není zahrnuto zaokrouhlování, které provádí banky</u>: banka např. postupuje takto: vypočítá úrok, zaokrouhlí jej na haléře, odečte od získané částky 15 % jako daň a zdaněný úrok zaokrouhlí na koruny, takto zaokrouhlenou částku přičte k dosud dosaženému kapitálu.

Příklad 2.

Pan Novák chce uložit do banky 5 000 Kč na začátku roku (*předpokládáme, že kapitál se bude úročit celý finanční rok, tj. již od 1.1.*)

Vypočítejte jak vysoká by musela být úroková míra, aby se vklad za 5 let zdvojnásobil?

Předpokládáme, že banka úročí jednou ročně, vždy na konci roku, že jde o složené úročení a že daň z úroku je 15 %.

Řešení:

Ze vzorce pro kapitál K_n **vyjádříme *i***

(tj. úroková míra vyjádřená desetinným číslem):

$$K_n = K_0 (1 + ki)^n$$

$$\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} = 1 + ki$$

$$i = \frac{\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1}{k}$$

Do upraveného vztahu dosadíme:

K_n=10 000 Kč, K_0=5 000 Kč, n = 5, k = 0,85

Vypočítáme i:

$$i = \frac{\sqrt[5]{2} - 1}{0,85} = \frac{2^{\frac{1}{5}} - 1}{0,85} = \frac{2^{0,2} - 1}{0,85}$$

$$i = 0,175$$

Úroková míra by musela být přibližně **17,5 %**

Úrokovací období

Časový úsek, na jehož konci vzroste kapitál o úrok, se nazývá **úrokovací období.**

<u>Úrokovací období může být:</u>

Roční (značí se p.a., z lat. *per annum*)

Pololetní (značí se p.s., z lat. *per semestre*)

Čtvrtletní (značí se p.q., z lat. *per quartale)*

Měsíční (značí se p.m., z lat. *per mensem)*

Týdenní (značí se p. sept., z lat. *per septimanam)*

Denní (značí se p.d., z lat. p*er diem*).

Vzorce pro kapitál K_m a pro úrok U_m na konci m-tého úrokovacího období při **složeném úročení:**

$$K_m = K_0 \left(1 + \frac{t}{360} \cdot ki\right)^m$$

$$U_m = K_0 \left[\left(1 + \frac{t}{360} \cdot ki\right)^m - 1\right]$$

Ve vzorcích označujeme:

t **… počet dní tvořících jedno úrokovací období,**

m …celkový počet úrokovacích období,

k … zdaňovací koeficient,

i … úroková míra vyjádřená desetinným číslem,

K_0 … počáteční kapitál

Pozn.

K_m je (m+1)-ním členem geometrické posloupnosti, jejíž první člen je K_0 a kvocient je … $\left(1+\frac{t}{360}\cdot ki\right)$

Vzorec pro kapitál S_m dosažený při <u>pravidelném spoření</u> stejných částek na konci m-tého úrokovacího období:

$$S_m = K \cdot \frac{q^m - 1}{q - 1}$$

Vzorec platí tehdy, když časový interval mezi po sobě následujícími vklady je kratší nebo roven úrokovacímu období.

m … počet úrokovacích období

K … částka naspořená v jednom úrokovacím období a na konci tohoto úrokovacího období zúročená

$$q = 1 + \frac{t}{360} \cdot ki$$

t … počet dní tvořících úrokovací období

k … zdaňovací koeficient

i … úroková míra vyjádřená desetinným číslem